

·学科进展·

# 电磁固体力学理论模型与定量分析的研究进展

郑晓静\*

(兰州大学力学系,兰州 730000)

**[摘要]** 介绍了近年来作者及其研究小组在电磁固体力学研究领域就铁磁弹性力学理论模型和定量分析、超导载流磁体的磁弹性弯曲与稳定性、磁悬浮列车的动力控制稳定性分析以及压电智能结构的动力控制等方面所开展的研究工作和主要成果。

**[关键词]** 铁磁与超导结构,压电智能结构,磁悬浮,力-电磁耦合,理论模型与定量分析

电磁固体结构是指那些对电磁场敏感的材料(如:可磁化铁磁材料、超导材料和可极化压电材料等)所制成的结构。电磁固体结构力学主要研究电磁结构在电磁场中的力学行为与特征,属电磁物理与力学的交叉领域。在现代科学技术的发展与推动下,电磁固体结构在许多高科技设备与装置中得到广泛应用,由此推动了电磁固体力学的理论研究。本文简要介绍兰州大学电磁固体力学研究小组对于可磁化铁磁结构和超导载流磁体磁弹性相互作用的理论模型、磁弹性弯曲与失稳的定量分析,磁悬浮列车动力控制的稳定性分析以及压电智能结构的动力控制等方面开展的一系列研究工作及近年来的主要研究成果。

## 1 可磁化铁磁弹性力学理论模型及其力学特征的定量分析

可磁化固体介质的磁弹性力学理论模型一直是电磁固体力学研究的重点课题,这主要是由于磁力描述方式的多样性所致。对于处在外加磁场中的可磁化介质体或结构,如何描述磁化强度与磁场之间的相互作用(即磁力的分布)是磁弹性力学理论模型研究中的关键问题。在早期,人们往往只考虑介质的整体运动而不考虑结构的变形,这样,从不同物理微观机制建立的磁力分布不同的公式(如磁极模型和磁偶极子模型等)只要其整体力效果如主矢与主矩是等效的就认为是可行的。本世纪60年代以后,

随着电磁弹性问题在实际应用中的增多,人们发现,不同电磁力分布模式对应的磁弹性力学模型将给出不同的理论预测结果。由此,许多学者从不同途径建立了不同的理论模型<sup>[1]</sup>,包括公理化方法和变分原理方法建立的模型等。其中多数是从 Maxwell 电磁应力张量并在相同的逻辑推演方式下来给出磁体力和边界面力分布力。由于所采用的 Maxwell 电磁应力张量的不同,这样得到的电磁力分布也就不同。伴随着理论模型研究,已开展的 2 类典型基本实验为:软铁磁悬臂板在均匀横向磁场中的磁弹性屈曲失稳和低磁化系数软铁磁悬臂板在面内纵向磁场中的自由振动频率随外加磁场的增强而上升。在定量分析方面,由于非线性磁弹性耦合的复杂性,往往采用磁场摄动来简单处理磁场和结构。研究发现:这种磁场摄动有时导致某些磁弹性力学特征的丢失,如倾斜磁场中悬臂铁磁板的磁弹性弯曲未能由磁场摄动方法预测出。其次,定量与定性研究发现:文献中的各模型均不能从理论上模拟出面内磁场中铁磁悬臂板的固有频率上升实验现象(即理论上给出的预测为固有频率下降),从而揭示出以已有理论模型的不足。本课题组获得的研究成果有<sup>[2-5]</sup>:

(1)对于三维铁磁体的磁弹性相互作用建立了能同时模拟已有 2 类典型实验现象的广义变分原理与理论模型。所导出的磁力分布除了与磁偶极子模型相同的磁体力  $\mathbf{f}^{em}$  外,还获得了作用在可磁化体边界上的边界磁力  $\mathbf{F}^{em}$ ,即

\* 1998 年国家杰出青年科学基金获得者。  
国家自然科学基金资助项目,批准号 19725207。  
本文于 1998 年 10 月 12 日收到。

$$\mathbf{F}^m = \frac{\mu_0 \mu_r \chi}{2} \nabla (\mathbf{H}^+)^2; \mathbf{F}^{em} = -\frac{\mu_0 \chi (\mu_r + 1)}{2} (H_r^+)^2 \mathbf{n}$$

这里,  $\chi$  为可磁化体的磁化系数,  $\mu_r = 1 + \chi$ ,  $H_r^+$  为可磁化铁磁体内磁场强度  $\mathbf{H}^+$  在边界处的切向分量,  $\mathbf{n}$  为可磁化体表面上的外法向单位矢量。由于这是目前唯一能同时描述已有两类典型实验现象的三维可磁化体磁弹性力学的理论模型, 这样, 对于描述复杂铁磁结构如铁磁壳在外加复杂磁场中的磁弹性力学行为就有了合理的理论模型。

(2) 从理论上论证了铁磁板发生磁弹性弯曲与屈曲失稳的磁场环境条件, 首次揭示和模拟了倾斜磁场中铁磁板经磁弹性弯曲变形演变为失稳的过程, 定量揭示了横向磁场中铁磁悬臂板的微小倾角导致结构磁弹性失稳临界磁场值减小这一涉及结构安全设计的重要规律。进而弄清了横向磁场中铁磁悬臂板磁弹性失稳临界磁场的实测值一般总低于理论预测值的缘由。同时论证了已有文献对于倾斜磁场中铁磁板的磁弹性相互作用所给出的磁弹性屈曲结果是不正确的。

(3) 针对所建立的非线性力-磁耦合理论模型建立了定量分析的计算程序, 有效地揭示了力-磁耦合问题所固有的非线性特征。这一计算程序能成功的定量模拟磁弹性两类基本实验, 即: 给出与实验接近的临界磁场理论预测值, 使以往理论预测值始终高于实验值的棘手问题得以圆满解决; 模拟出面内纵向磁场中低磁化系数铁磁悬臂板固有频率上升的规律, 且磁阻尼系数理论预测结果与实验值吻合。在此基础上, 对具有非线性磁化效应的板和壳、具有几何非线性变形的梁式板的后屈曲路径和在时变磁场中的动力稳定性等问题进行了有效的定量分析。

## 2 超导载流磁体的磁弹性弯曲与稳定性

随着人类对能源需求的增长, 寻找新的能源一直是各国关注的首要课题。其中途径之一是研制无污染的热核聚变反应堆。在这种装置中, 超导载流磁体被用来产生强磁场以约束高温等离子热核反应在指定区域进行。在借助于超导磁体的强电流产生强磁场的同时, 超导磁体也受到强电磁力的作用而产生与结构安全设计有关的磁弹性弯曲与失稳。美国 Cornell 大学的 Moon 教授及其研究小组最先开始对这一问题的实验与理论分析<sup>[1]</sup>。他们的理论模型是基于载流线圈的电感(自感与互感)来计算聚变反应堆中载流磁体的磁能, 在考虑载流线圈磁体面外振动后, 由线圈的固有频率为零来确定超导磁体发

生磁弹性失稳的临界电流值。在这一方法中, 临界电流的理论预测值与结构的一参考频率有关, 这对于实际的大型磁体结构往往是不容易获得的。日本东京大学核工程研究实验室的 Miya 教授及其研究小组对 Moon 的方法作了改进, 将力学变形的线圈视为面外变形的薄板, 磁能计算采用磁矢势函数, 并应用有限元法来计算线圈面外振动固有频率为零时磁弹性失稳的临界电流。这样, 临界电流的理论预测就只与结构的几何形状、材料等参数有关。通过与实验测试值对比发现: 临界电流的理论预测值普遍低于实验值, 相差在 20% 以上。此外, 这一方法不能预测出与结构弯曲有关的强度问题。而 Motojima 在实际强度设计中所采用的理论模式却忽略了结构变形给电磁场(力)分布带来的影响, 进而不能预测出结构的失稳问题。本课题组在这一方面取得的研究成果有<sup>[1,6,7]</sup>:

(1) 基于曲梁弯曲理论全面描述超导载流磁体的力学变形(包括轴向拉伸、绕轴扭转、面内弯曲与面外弯曲), 基于 Biot-Savart 定律与 Lorentz 定律计算作用在载流磁体结构上的分布磁力, 由此建立了包括结构全部变形模式的并且反映电磁场与力学场非线性相互作用的磁弹性理论模型。这一模型能模拟结构磁弹性相互作用下由弯曲演变为失稳的全过程。对于与磁弹性失稳有关的面外变形, 从理论上论证了热核聚变反应堆中载流磁体周向对称放置时为磁弹性屈曲模式, 而在有安装偏差时则为磁弹性弯曲模式。

(2) 针对上述高阶非线性常微分方程构成的边值问题, 建立了一新的半解析半数值方法: (i) 线性齐次方程的封闭解析统解; (ii) 在某一迭代初始构形下非齐次方程的数值特解; (iii) 初参数确定积分常数, 从而可获得迭代后的变形构形; (iv) 用迭代法处理方程中的非线性。这样, 就可以求得在给定外加电流时载流结构的变形与内力解, 然后依照外加电流与面外最大挠度特征曲线, 应用 Southwell 图确定载流磁体的临界电流理论预测值。

(3) 利用上述理论分析方法, 对于三线圈超导局部 Torus、八线圈轴对称放置的 Torus 聚变装置的磁弹性力学实验给出了与实验相接近的理论预测结果, 其临界电流的理论预测值与实验测试值的相对误差在 5% 以内。并且, 对于实验中的磁弹性弯曲也给出了理论上的定量揭示。在此基础上, 定量给出了不同中间支撑方式与不同超导磁体数对临界电流的影响规律、非圆形 D 型线圈的磁弹性的磁弹性

力学行为以及线圈在脉冲电流作用下的动力稳定性等。

### 3 磁悬浮列车的动力控制稳定性分析

作为未来新型陆地高速交通工具,磁悬浮列车以其耗能低、速度快、噪音小和无磨损等优点正为各发达国家研制与开发。目前德、日等国在实验线上已实现了时速 500 km 以上的磁悬浮试验列车。我国在“八五”期间就已将研制磁悬浮列车作为原国家科委的重大项目开展了研究,并完成了样车的研制,现正进入工程试验线的建设阶段。由于磁悬浮列车的轨道多为高架方式,磁悬浮列车的高速运行、轨道的弹性变形与列车动力控制之间的耦合将对磁悬浮列车的安全运行产生影响,成为磁悬浮列车安全设计的重要课题之一。70 年代,Chiu 等人开始对磁悬浮列车系统的轨道动力特性开展研究,后来,Cai 等人在此基础上研究了磁悬浮列车与弹性轨道的动力耦合特征。在这些研究中,磁悬浮控制力大多被简化为一等效弹簧力,没有考虑实际的控制系统,因而,缺乏对磁悬浮控制系统动力稳定性的理论研究。本课题组在这一领域的研究工作主要有:

(1)对于刚性轨道上的磁悬浮体的控制系统,给出了位移与速度反馈控制的稳定性控制参数范围与条件,分析了不同控制参数对磁悬浮体铅直运动的影响。

(2)对于弹性轨道上运行的磁悬浮体动力控制方程(周期变系数常微分方程组),应用 Floque 理论与分支方法,建立了搜索参数稳定性区域的定量方法,由此给出了磁悬浮动力系统稳定性控制的参数区域及其磁悬浮列车和轨道变形动力响应的模拟程序。

(3)对于弹性轨道的磁悬浮列车动力控制系统,从理论上给出了利用 Liapunov 指数判别动力控制系统稳定性的判据,给出了弹性轨道上磁悬浮体稳定性判别的定量程序。在此基础上,对于二级磁悬浮动力控制系统的稳定性控制区域与动力响应进行了理论模拟。

### 4 压电智能结构的动力控制

智能结构的压电动力控制是近 10 年来提出并得以快速发展的一新兴研究领域,在航天等工程中有着重要的应用背景。它是利用压电材料的正效应与逆效应将压电片粘贴在被控结构的表面或镶在结构的内部作为感应器(sensor)与致动器(actuator),通

过与外部控制电路系统一道达到对结构实施抑制不希望有的扰动或对结构的形状与频率实施控制等。目前多数控制程序都是对结构的微小变形建立的,主要原因在于非线性定量分析的难度远远超过线性问题,从而一直缺乏对于非线性压电控制的有效定量方法与结果。本课题组在这一领域已获得的成果有<sup>[1,8,9]</sup>:

(1)对于圆薄板几何非线性的压电频率主动控制建立了非线性控制模型与定量分析方法,给出了控制电压作用下非线性圆板与扁球壳的振动频率-控制电压的特征曲线和大振幅振动对被控频率的影响规律;并定量研究了环境温度对压电控制圆板振动频率的影响。

(2)对于小波(wavelet)分析方法中分解系数的数值积分,建立了高精度的小波高斯积分公式和相应的误差估计;利用这一方法给出了由其他方法难以求解的超越非线性微分方程边值问题的解,并将小波伽辽金方法应用到梁板结构的弯曲问题求解中

(3)对于梁式板的离散压电单元动力控制问题,应用小波理论建立了动力控制程序,给出了由感应压电片电信号识别出结构挠曲变形构形的显式表达式,以及基于小波伽辽金法给出致动压电片上控制电压施加的控制程序。由于小波尺度函数变换具有低带通性质,这一控制程序可避免由观测溢出与控制溢出耦合导致的控制失稳。数值模拟结果表明:本控制程序是有效的。

**致谢** 对国家自然科学基金委员会、教育部、国防科工委等部门给予本项研究的资助和力学界老一辈科学家给予作者和兰州大学电磁固体力学研究小组研究工作的持续关怀与支持表示衷心的感谢!

### 参 考 文 献

- [1] 周又和,郑晓静. 电磁固体结构力学. 北京:科学出版社,1999.
- [2] 周又和,郑晓静. 铁磁体磁弹性相互作用的广义变分原理与理论模型. 中国科学 A 辑,1999,29(1):61—69.
- [3] Zhou Y H, Zheng X J. A general expression of magnetic force for soft ferromagnetic plates in complex magnetic fields. Int. J. Eng. Sci., 1997, 35(15):1405—1417.
- [4] Zhou Y H, Miya K. A theoretical prediction of natural frequency of a ferromagnetic beam-plate with low susceptibility in in-plane magnetic field. ASME J. Appl. Mech., 1998, 65(1):121—126.
- [5] Zheng X J, Zhou Y H, Wang X Z et al. Bending and Buckling of Ferroelastic Plates. ASCE J. Eng. Mech., 1999, 125(2):180—185.
- [6] Zheng X J, Zhou Y H. Magnetoelastic bending and stability of current-carrying coil structures. Acta Mechanica Sinica(English Edition), 1997, 13(3):253—263.

- [7] Zheng X J, Zhou Y H, Lee J S. Instability of superconducting Magnetoelastic bending partial torus with two pin supports. *ASCE J. Eng. Mech.*, 1999, **125**(2): 174—179.
- [8] 周又和,王记增,郑晓静. 小波伽辽金有限元法在梁板结构中的

应用. *应用数学和力学*, 1998, **19**(8): 697—705.

- [9] 周又和,王记增. 基于小波理论的悬臂板压电动力控制模型. *力学学报*, 1998, **30**(6): 719—727.

## ADVANCED DEVELOPMENT OF RESEARCHES ON THEORETICAL MODELS AND QUANTITATIVE ANALYSES IN ELECTROMAGNETO-SOLID MECHANICS

Zheng Xiaojing

(Department of Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000)

**Abstract** This paper introduced some advanced development and results, got by the author and her research group in recent years, in the area of magneto-solid mechanics. They include some theoretical models and numerical methods to magnetoelastic buckling and bending of ferromagnetic plate structures and bodies, magnetoelastic bending and instability of superconducting magnets, stability analysis of dynamic control systems for a Maglev moving on flexible guideways, and analysis of dynamic control system of smart structures with piezoelectric sensors and actuators, etc..

**Key words** ferromagnetic and superconducting structures, piezoelectric smart structures, maglev, mechanical-electromagnetic interaction, theoretical models and quantitative analyses

·资料·信息·

### “中国陆地生态系统对全球变化的反应模式研究”取得重要成果

由中国科学院张新时院士主持,中国科学院植物研究所、中国气象科学研究院和中国科学院地理研究所参加的国家自然科学基金“八五”重大项目“中国陆地生态系统对全球变化的反应模式研究”,经过研究人员5年的努力,取得了一批重要的研究成果,于6月16日在北京通过专家组验收。

以刘东生院士为组长、沈允钢院士为副组长的验收专家组认为:该项目从4个方面系统和较深入地研究了我国陆地生态系统对全球变化的响应机理和模拟预测,高质量地完成了预定的研究计划。4个课题相互联系、相互补充,形成一个有机整体,在某些方面取得了比国外同类研究更好的成果,使我国的全球变化研究在国际上占有一席之地。主要成果如下:(1)在植物生理生态学研究方面,发现CO<sub>2</sub>浓度倍增可促进中国北方主要农作物的干物质积

累,加速发育,提前2—3天成熟;促进野生草本和木本植物的光合作用;(2)在植物群落与气候-植被关系研究方面,通过中国典型暖温带、草原生态系统的结构和功能对气候变化及CO<sub>2</sub>倍增反应的观测和试验研究,增进了生态系统对于全球变化反应的理解;(3)在生物群落的遥感监测技术与模型研究方面,建立了植被遥感监测中的大气订正模型,叶绿素含量遥感监测模型,黄土高原地区植被信息提取的优化植被指数和方法,以及裸沙土壤大气影响校正方法,为建立遥感相关模型提供了方法和经验;(4)在生态系统对全球变化响应的预测研究方面,建立了从植物个体、植物群落、景观以至区域等不同尺度的生态学模型,揭示了景观破碎度在生态系统恢复中的双重作用。

(龙军 陈领 供稿)